



دانشکده مهندسی نساجی - دانشگاه صنعتی اصفهان

# ساختمان فیزیکی الیاف

دکتر مصطفی یوسفی

Crystal

# شناخت ساختار مواد بلوری و پراش اشعه ایکس

## X-RAY DIFFRACTION

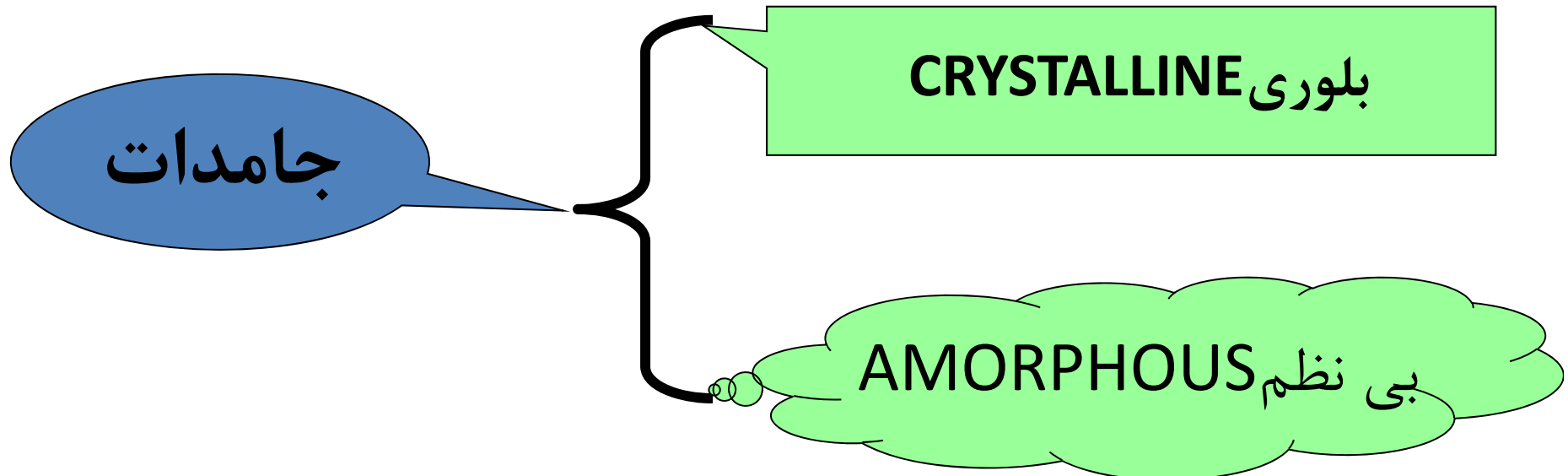
# هندسه بلورها

## CRYSTALS GEOMETRY

- شبکه نقاط
- سیستمهای بلوری
- اندیسهای صفحات و جهات
- روابط بین فواصل صفحه ها و اندیسها

# تعاریف

- **مواد بلوری:** قرار گیری اتمها در فضا دارای نظم دوره ای تکرار شونده می باشند.
- **مواد بی نظم:** قرار گیری اتمها در فضا تصادفی (شانسی) است.



# برای بیان هندسه بلورها CRYSTAL GEOMETRY

## شبکه نقاط تعریف می گردد .

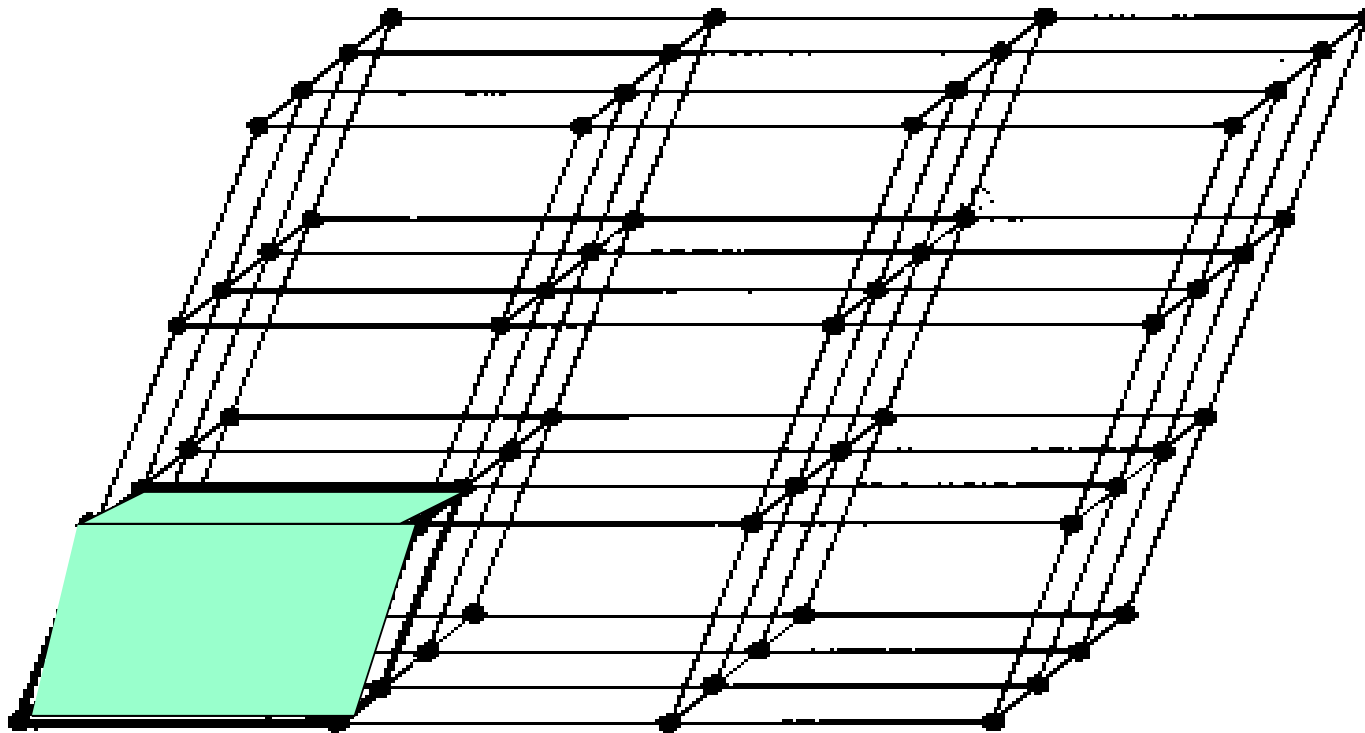
### شبکه ها LATTICES

- با سه دسته صفحات موازی و با فاصله مساوی فضا را تقسیم کنید. از برخورد صفحات خطوط و از برخورد خطوط نقاطی بدست می آید که به آن شبکه نقاط می گویند.
- مجاورین تمام نقاط یکسانند.
- هر اتم با این نقاط ارتباط معینی خواهد داشت.

Point lattice

شبکه نقطه ای

# شبكة نقاط

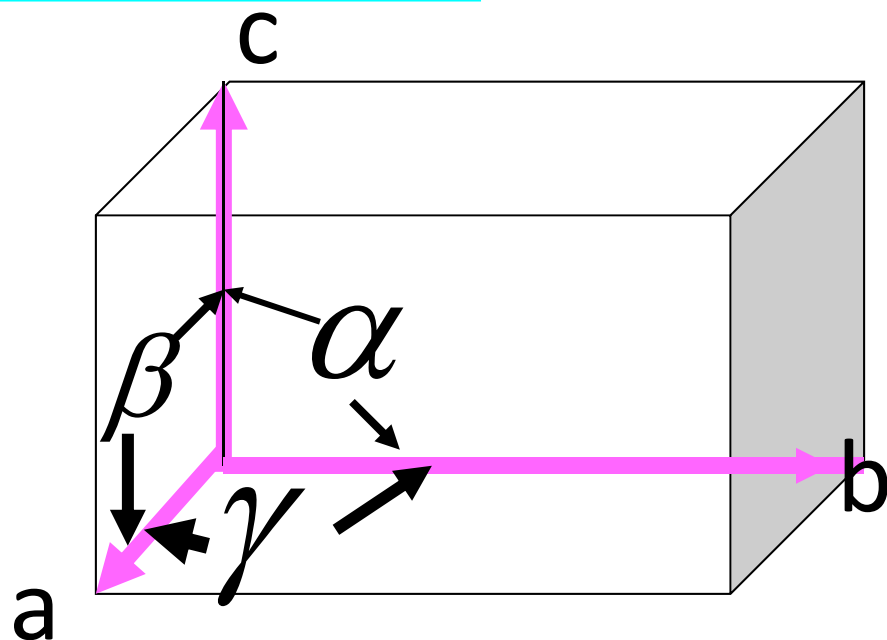


**POINT LATTICE**

# سلول واحد یا UNIT CELL

- سلول واحد (یکی از شش وجهی ها) ساختار شبکه نقطه ای را مشخص میکند.

محورهای بلوری



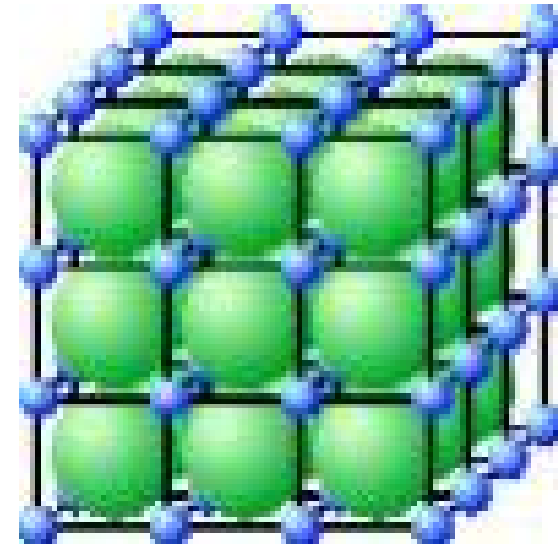
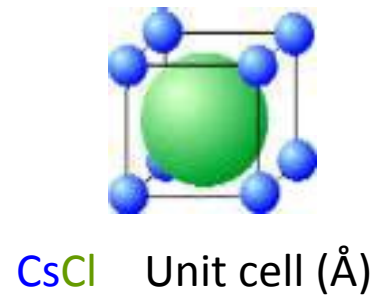
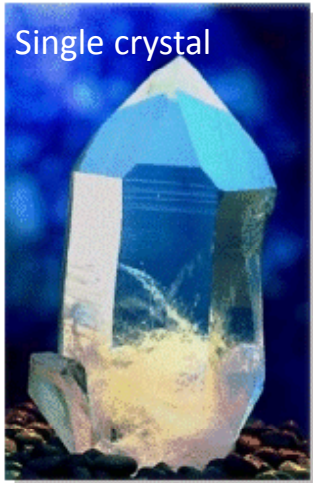
$$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$$

ثابتهاي شبکه

$$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \alpha, \beta, \gamma$$

تمام شبکه را میتوان با یک انتقال  $P.a, Q.b, R.c$  به دست آورد. ( $P, Q, R$  اعداد صحیح اند)





# هفت سیستم بلوری

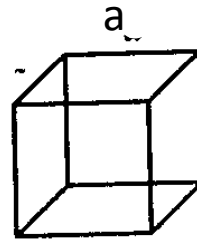
## Seven crystal Systems

System Axial lengths Unit cell and angles

Cubic

$$a=b=c$$

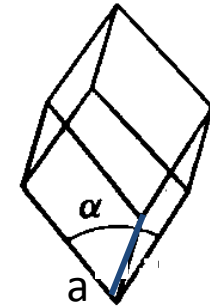
$$\alpha=\beta=\gamma=90^\circ$$



Rhombohedral

$$a=b=c$$

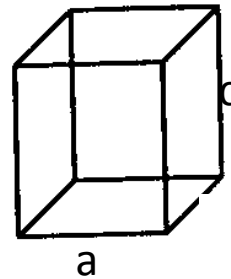
$$\alpha=\beta=\gamma \neq 90^\circ$$



Tetragonal

$$a=b \neq c$$

$$\alpha=\beta=\gamma=90^\circ$$

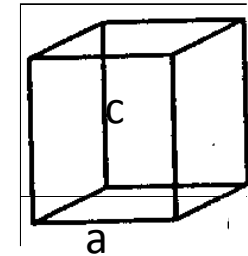


Hexagonal

$$a=b \neq c$$

$$\alpha=\beta=90^\circ$$

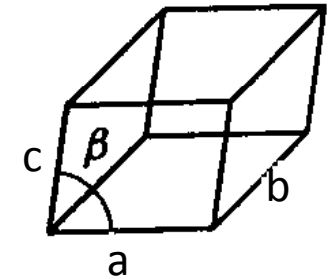
$$\gamma=120^\circ$$



Monoclinic

$$a \neq b \neq c$$

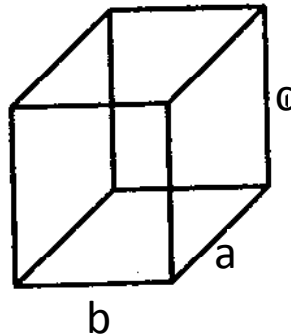
$$\alpha=\gamma=90^\circ \neq \beta$$



Orthorhombic

$$a \neq b \neq c$$

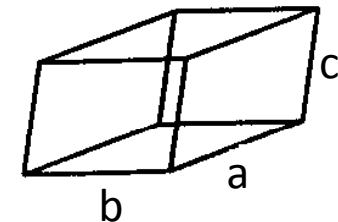
$$\alpha=\beta=\gamma=90^\circ$$



Triclinic

$$a \neq b \neq c$$

$$\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$$



# شبکه های براویس

## BRAVAIS LATTICES

- بسته به مقدار ثابتهای شبکه فقط هفت صورت یا سیستم میتوان داشت . **CUBIC, TETRAGONAL, ORTHORHOMBIC, RHOMBOHEDRAL, HEXAGONAL, MONOCLINIC, TRICLINIC**
- ترتیب دیگری از نقاط میتوانند شرط شبکه ها را برآورند . براویاس در یافت که فقط ۱۴ صورت دارند. این ۱۴ صورت را شبکه های براویس می گویند.

## تعداد نقطه ها (اتم های) هر سلول واحد

$$N = N_i + \frac{N_f}{2} + \frac{N_c}{8}$$

تعداد نقاط در سل واحد

نقاط داخل

نقاط روی وجوه

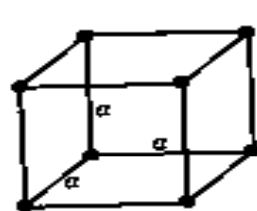
نقاط گوشه

## Crystal Systems and Bravais Lattices

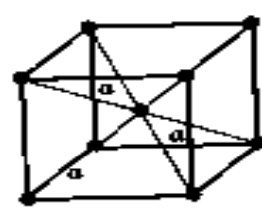
(The symbol  $\neq$  means that equality is not required by symmetry. Accidental equality may occur, as shown by an example in Sec. 2-4.)

System	Axial lengths and angles	Bravais lattice	Lattice symbol
Cubic	Three equal axes at right angles $a = b = c, \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	Simple Body-centered Face-centered	P I F
Tetragonal	Three axes at right angles, two equal $a = b \neq c, \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	Simple Body-centered	P I
Orthorhombic	Three unequal axes at right angles $a \neq b \neq c, \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	Simple Body-centered Base-centered Face-centered	P I C F
Rhombohedral*	Three equal axes, equally inclined $a = b = c, \alpha = \beta = \gamma \neq 90^\circ$	Simple	R
Hexagonal	Two equal coplanar axes at $120^\circ$ , third axis at right angles $a = b \neq c, \alpha = \beta = 90^\circ, \gamma = 120^\circ$	Simple	P
Monoclinic	Three unequal axes, one pair not at right angles $a \neq b \neq c, \alpha = \gamma = 90^\circ \neq \beta$	Simple Base-centered	P C
Triclinic	Three unequal axes, unequally inclined and none at right angles $a \neq b \neq c, \alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$	Simple	P

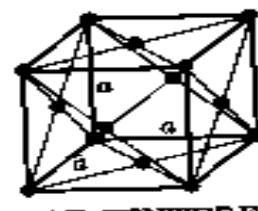
\* Also called trigonal.



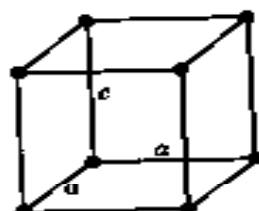
SIMPLE CUBIC (P)



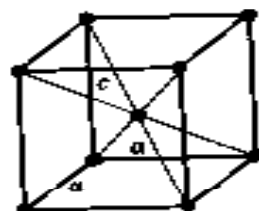
BODY-CENTERED CUBIC (I)



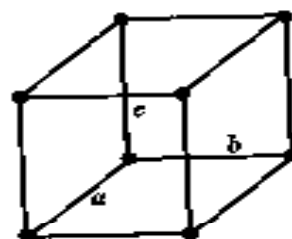
FACE-CENTERED CUBIC (F)



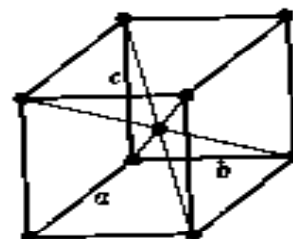
SIMPLE TETRAGONAL (P)



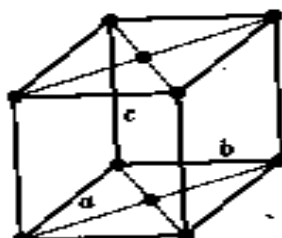
BODY-CENTERED TETRAGONAL (I)



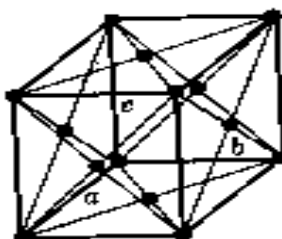
SIMPLE ORTHORHOMBIC (P)



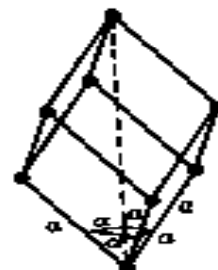
BODY-CENTERED ORTHORHOMBIC (I)



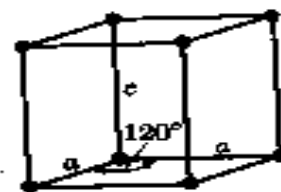
BASE-CENTERED ORTHORHOMBIC (C)



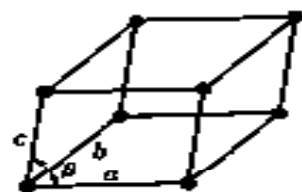
FACE-CENTERED ORTHORHOMBIC (F)



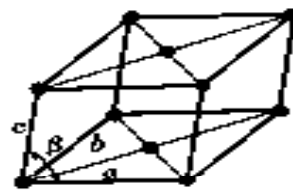
RHOMBOHEDRAL (R)



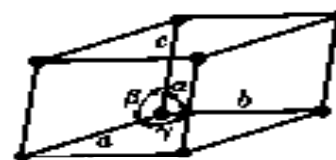
HEXAGONAL (P)



SIMPLE MONOCLINIC (P)



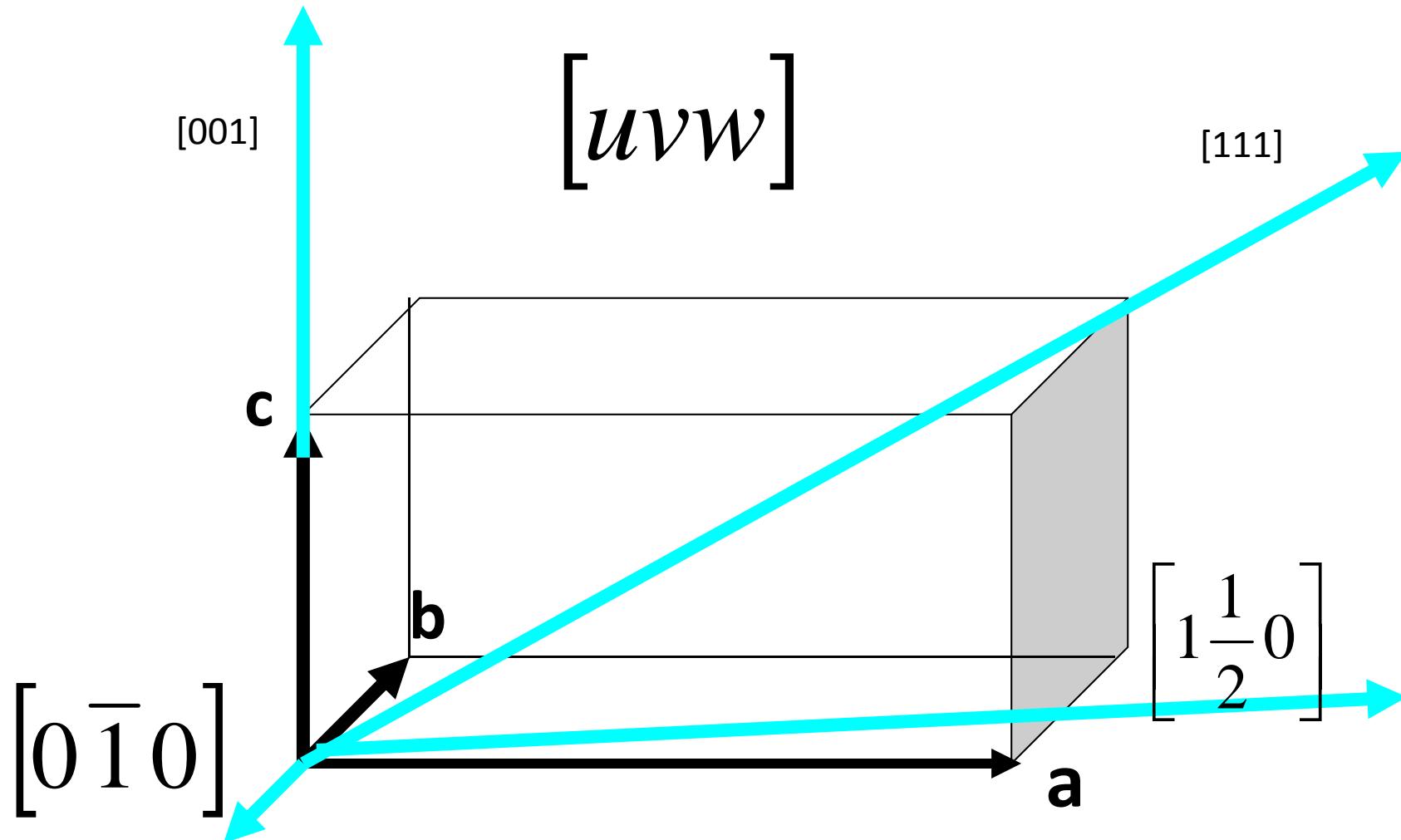
BASE-CENTERED MONOCLINIC (C)



TRICLINIC (P)

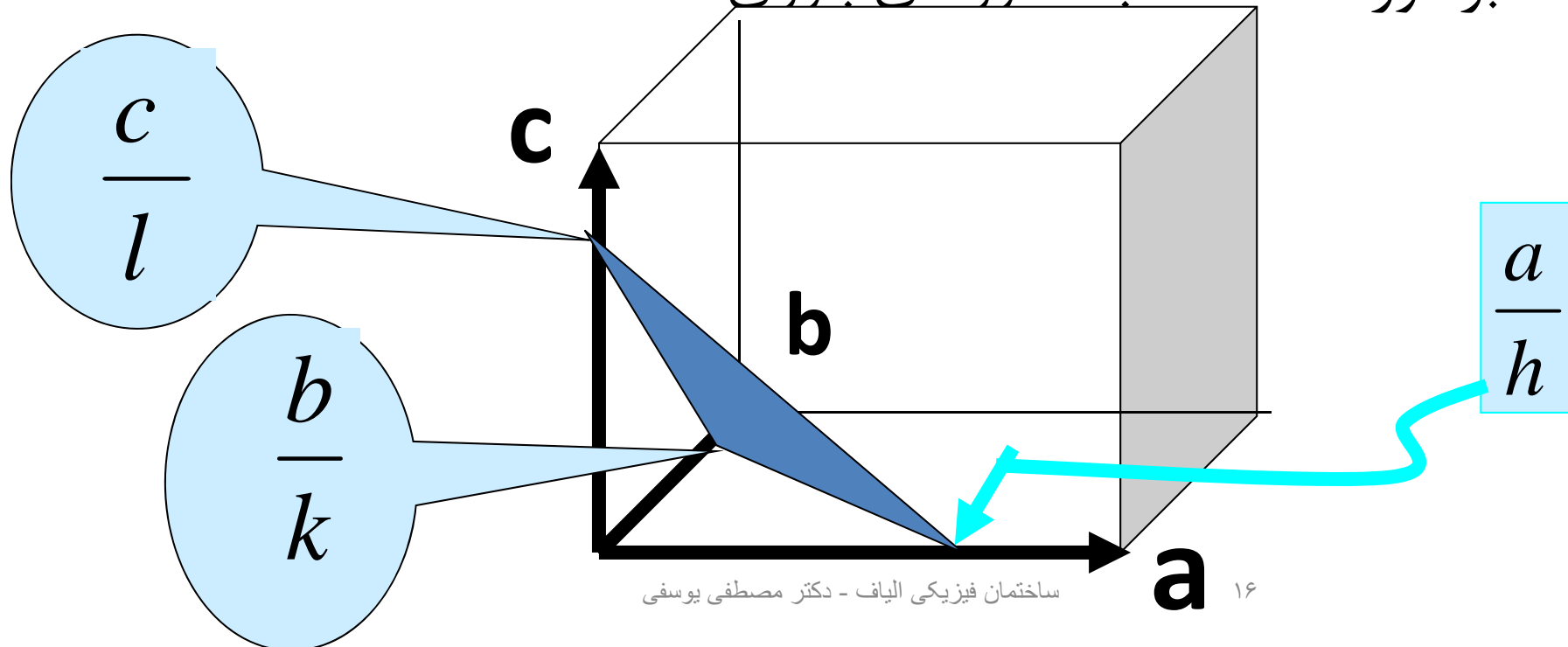
**F** The fourteen Bravais lattices.

# اندیس جهت: جهت بردار



# اندیس میلر MILLER INDICES

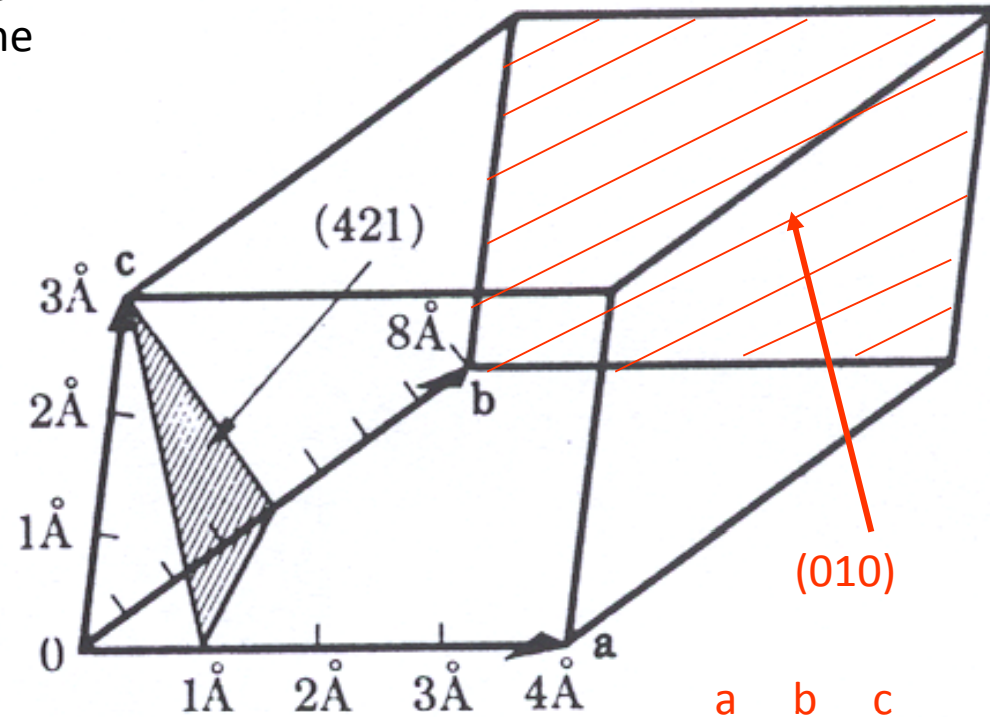
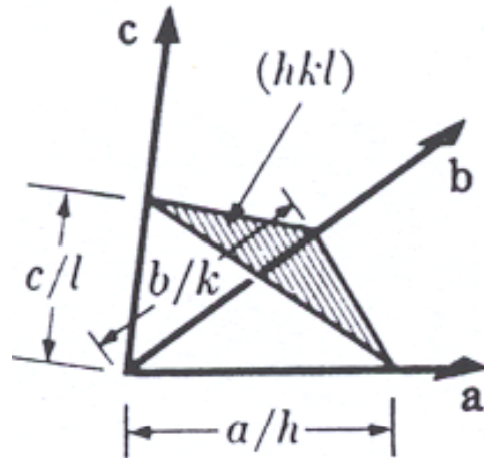
- برای نشان دادن چگونگی قرار گرفتن صفحات حاوی نقاط از نشانگر میلر به صورت  $(hkl)$  استفاده میشود که  $h, k, l$  عبارتند از عکس مختصات کسری محل برخورد صفحات با محورهای بلوری.





# Miller Indices - hkl

Miller indices-the **reciprocals** of the **fractional intercepts** which the plane makes with crystallographic axes



Axial length

Intercept lengths

Fractional intercepts

Miller indices

a	b	c
4Å	8Å	3Å
1Å	4Å	3Å
1/4	1/2	1
<b>4</b>	<b>2</b>	<b>1</b>
h	k	l

a	b	c
4Å	8Å	3Å
∞	8Å	∞
∞/4	1	∞/3
<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>
h	k	l

# مثال اندیس میلر

• طول محورها:  $a=4 \text{ A}$ ,  $b=8 \text{ A}$ ,  $c=3 \text{ A}$

• مختصات محل تقاطع :

•  $\mathbf{a}$  at  $1 \text{ A}$ ,  $\mathbf{b}$  at  $4 \text{ A}$ ,  $\mathbf{c}$  at  $3 \text{ A}$

• محل تقاطع کسری:

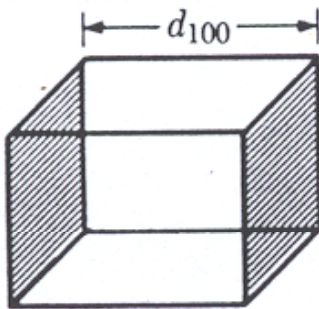
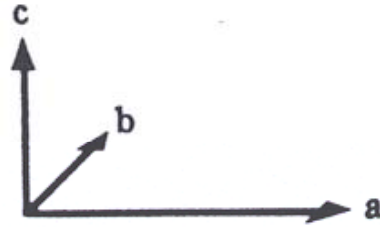
•  $1/4$  ,  $4/8$ ,  $3/3$

•  $1/4$  ,  $1/2$ ,  $1$

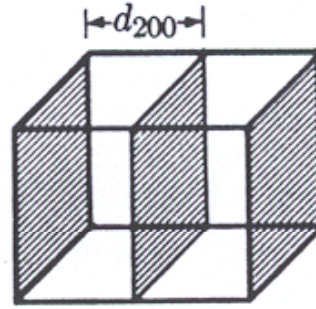
• معکوس  $4$   $2$   $1$

• Miller indices **(421)**

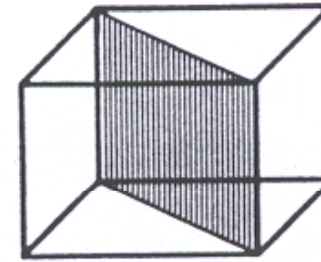
# فاصله بين صفحات Spacings



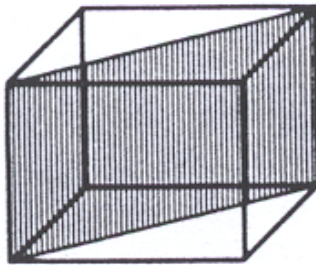
(100)



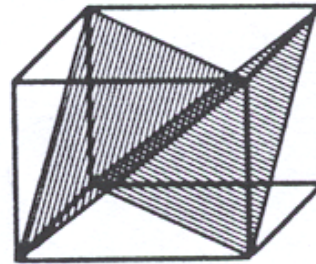
(200)



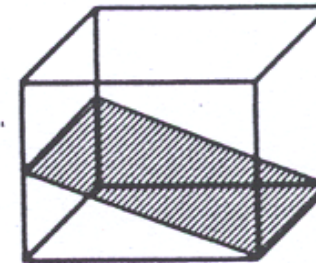
(110)



$(\bar{1}10)$



$(11\bar{1})$



(102)

# فاصله بین صفحات

- موازی با هر صفحه در یک شبکه تعدادی صفحه موازی و متساوی الفاصله وجود دارد که یکی از آنها از مرکز میگذرد. اندیس میلر مربوط به نزدیکترین صفحه به مرکز مختصات است و صفحات در سلهای واحد دیگر را در بر میگیرد. فاصله این صفحات با هم به صورت  $d_{hkl}$  نشان داده میشود.

$$d_{hkl} = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}$$

**cubic**

**tetragonal**

$$d_{hkl} = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2 (a^2 / c^2)}}$$

# Plane Spacings for Seven Crystal Systems

**Cubic:** 
$$\frac{1}{d_{hkl}^2} = \frac{h^2 + k^2 + l^2}{a^2}$$

**Tetragonal:** 
$$\frac{1}{d_{hkl}^2} = \frac{h^2 + k^2}{a^2} + \frac{l^2}{c^2}$$

**Hexagonal:** 
$$\frac{1}{d_{hkl}^2} = \frac{4}{3} \left( \frac{h^2 + hk + k^2}{a^2} \right) + \frac{l^2}{c^2}$$

**Rhombohedral:**

$$\frac{1}{d_{hkl}^2} = \frac{(h^2 + k^2 + l^2) \sin^2 \alpha + 2(hk + kl + hl)(\cos^2 \alpha - \cos \alpha)}{a^2(1 - 3 \cos^2 \alpha + 2 \cos^3 \alpha)}$$

**Orthorhombic:** 
$$\frac{1}{d_{hkl}^2} = \frac{h^2}{a^2} + \frac{k^2}{b^2} + \frac{l^2}{c^2}$$

**Monoclinic:** 
$$\frac{1}{d_{hkl}^2} = \frac{1}{\sin^2 \beta} \left( \frac{h^2}{a^2} + \frac{k^2 \sin^2 \beta}{b^2} + \frac{l^2}{c^2} - \frac{2hl \cos \beta}{ac} \right)$$

**Triclinic:** 
$$\frac{1}{d_{hkl}^2} = \frac{1}{V^2} (S_{11}h^2 + S_{22}k^2 + S_{33}l^2 + 2S_{12}hk + 2S_{23}kl + 2S_{13}hl)$$

# محاسبه جرم مخصوص بلور

وزن اتمی تمام اتم ها در سل واحد

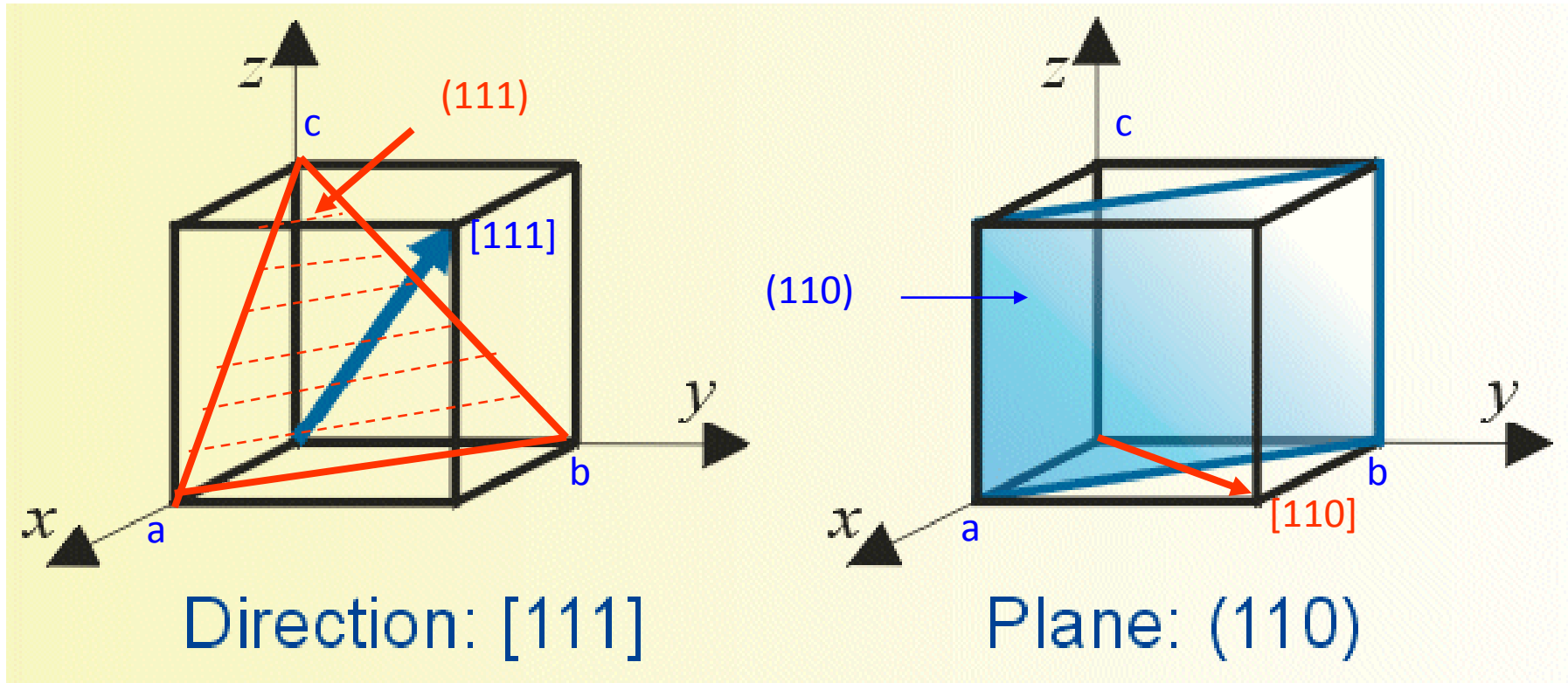
$$\rho_c = \frac{\sum \frac{A}{N}}{V}$$

عدد آووگادرو

حجم سل واحد

$$\rho_c (G / CM^3) = \frac{1.66042 \times \sum A}{V' (angs^3)}$$

# Indexing of Planes and Directions



a direction  $[uvw]$   
 a set of equivalent  
 directions  $\langle uvw \rangle$   
 $\langle 100 \rangle: [100], [010], [001]$   
 $[100], [010]$  and  $[001]$

a plane  $(hkl)$   
 a set of equivalent  
 planes  $\{hkl\}$   
 $\{110\}: (101), (011), (110)$   
 $(101), (101), (101), \text{etc.}$

